

1. Définition

La logique des prédicats sert à vérifier la validité des raisonnements où la structure interne des propositions élémentaires doit être analysée en termes de **sujet et prédicat (= attribut, qualité)**.

Tous les hommes sont mortels.

Sujet copule prédicat

<p>Il est impossible de symboliser avec les moyens de la logique des propositions le raisonnement suivant :</p> <p>(1) Tous les hommes sont mortels. (2) Socrate est un homme. (3) Donc Socrate est mortel.</p> <p>Lexique : A = Tous les hommes sont mortels B = Socrate est un homme C = Socrate est mortel</p>	<p>Si nous essayons de rendre compte de la structure du raisonnement par les moyens utilisées dans la logique des propositions, nous aurons :</p> <p>(1) A (2) B ⊢ C</p> <p>Ceci n'est pas très convaincant, car rien nous permet de vérifier la validité de ce raisonnement.</p>
---	---

Si nous voulons rendre compte d'un tel raisonnement, **il faut tenir compte de la structure interne des propositions** ! Pour faire cela, il faut d'abord connaître les différents types de propositions.

2. Les quatre types de propositions

La structure prédicative permet de distinguer quatre possibilités de propositions. En effet, on peut opérer deux distinctions :

- entre propositions affirmatives et négatives
- entre propositions **universelles** (générales) et **existentielles** (particulières)

Ces deux distinctions nous donnent les quatre types suivants :

- a. proposition universelle affirmative: Tous, chaque, la totalité, l'ensemble des ...
- b. proposition universelle négative: Aucun, nul, personne, il n'existe pas ...
- c. proposition particulière affirmative: Quelques, certains, il y a, il existe ...
- d. proposition particulière négative: Quelques/certains/il y a ... ne ... pas ...

On appelle **proposition singulière** une proposition à sujet concret : Noms propres («Socrate», «César»); termes désignés (par «ce», «ces», «ceci», «cela», «celui-ci», «celui-là»); pronoms personnels («je», «tu» etc.); termes désignant un objet unique («le pape», «l'auteur du Rénert» etc.).

3. L'extension du sujet et du prédicat

Suivant les quatre types de propositions, les sujets et les prédicats ont des extensions différentes, c'est-à-dire qu'ils s'appliquent à des ensembles plus ou moins grand d'êtres.

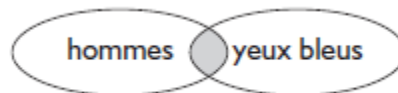
- «Tous les hommes sont mortels» signifie que «la **totalité** des hommes représente une **partie** des êtres mortels».



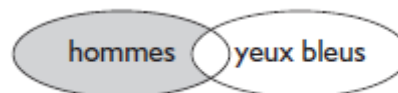
- «Aucun homme n'a de branchies (Kiemen)» signifie que «la **totalité** des hommes ne fait pas partie de la **totalité** des êtres ayant des branchies».



- «Quelques hommes ont les yeux bleus» signifie «Une **partie** des hommes correspond à une **partie** des êtres aux yeux bleus».



- «Quelques hommes n'ont pas les yeux bleus» signifie «Une **partie** des hommes ne fait pas partie de la **totalité** des êtres aux yeux bleus».



4. Symbolisation

Avec la logique des prédicats nous voyons l'introduction de quantificateurs qui nous permettent de faire des affirmations au sujet d'une, de plusieurs ou de tous les individus :

a) Spécialisation Existentielle ($\exists x$)

Si on a

$(\exists x) Sx$ [il existe au moins un individu « x », qui a la propriété « S »]

b) Spécialisation Universelle ($\forall x$)

Si on a

$(\forall x) Rx$ [tout individu « x » a la propriété « R »]

5. Exemple

Si on analyse le raisonnement auparavant en respectant la logique des prédicats, nous trouvons alors la structure suivante :

Exemple :	Lexique :
(1) Tous les hommes sont mortels.	$Ax = x$ est un homme
(2) Socrate est un homme.	$Bx = x$ est mortel
(3) Donc Socrate est mortel.	$s =$ Socrate
Structure :	Transcription :
(1) Tous les A sont B	(1) $(\forall x) [Ax \rightarrow Bx]$ (Pour tous les hommes, on a qu'ils sont mortels)
(2) s est A	(2) As (Socrate est une proposition singulière, qui est un homme)
(3) Donc s est B	$\vdash Bs$ (Socrate est mortel)

6. Interprétation de $(\forall x)$ et $(\exists x)$ (livre p.79)

Considérons la proposition :

$$\text{«Tous sont venus»} = (\forall x) Ax$$

Ceci signifie aussi :

$$\text{«Il n'existe aucun individu qui ne soit pas venu»} = \overline{(\exists x)\overline{Ax}}$$

Nous voyons que les quantificateurs sont interdéfinissables. Nous pouvons dresser le tableau de ces relations:

Relations entre les quantificateurs:	
$(\forall x) Ax$ «chaque x est venu»	\Leftrightarrow $\overline{(\exists x)\overline{Ax}}$ «il n'y a pas de x qui ne soit pas venu»
$(\forall x) \overline{Ax}$ «chaque x n'est pas venu» <u>aucun x n'est venu</u>	\Leftrightarrow $\overline{(\exists x) Ax}$ «il n'y a pas de x qui soit venu»
$\overline{(\forall x) Ax}$ « il est faux que tous les x soient venus» <u>tous les x ne sont pas venus</u>	\Leftrightarrow $(\exists x) \overline{Ax}$ «il y a des x qui ne sont pas venus»
$\overline{\overline{(\forall x)\overline{Ax}}}$ «il est faux qu'aucun x ne soit venu»	\Leftrightarrow $(\exists x) Ax$ «il y a au moins un x qui est venu»

7. Remplacer les Quantificateurs

A) pour remplacer les quantificateurs:

1. on échange le quantificateur
2. on nie ce qui est lié par le quantificateur;
3. on nie l'expression entière

B) pour transformer l'expression $(\forall x) [Ax \rightarrow Bx]$:

$$(\forall x) [Ax \rightarrow Bx] \Leftrightarrow (\exists x) [\overline{Ax \rightarrow Bx}] \Leftrightarrow (\exists x) [\overline{Ax \wedge \overline{Bx}}]$$

par la règle ci-dessus par Implication niée

8. Conseils (livre p. 107-120)

Pour la symbolisation en logique des prédicats (PTR), on suivra les mêmes principes que pour la transcription en logique des propositions. On veillera en plus à:

- **reprendre dans le lexique:**
 - les prédicats (*Eigenschaftsworte*) qui désignent les qualités (ou les propriétés) que les x sont censés posséder,
 - un éventuel univers du discours (à savoir un prédicat qui reviendrait dans chacune des prémisses pour tous les x). En ce cas, x n'est plus indéfini, mais est délimité et prend donc une certaine signification qu'autrement il n'aurait pas;
- **identifier correctement les quantificateurs:**
 - les propositions singulières (portant sur un individu clairement désigné par son nom) ne sont pas quantifiées,
 - certaines prémisses peuvent comporter deux ou plusieurs propositions quantifiées,
 - dans certaines locutions la quantification (universelle) n'est pas apparente (p.ex. les roses sont rouges = *toutes* les roses...),
 - les universelles s'expriment généralement par des implications et les existentielles par des conjonctions (des exceptions sont possibles: «tous sont venus (A) **et** sont restés (B) » $(\forall x) [Ax \wedge Bx]$);
- **distinguer clairement les conditions nécessaires (CN) et les conditions nécessaires et suffisantes (CNS):**
 - en transcrivant «seul» ou «seulement (si)» toujours par une (CN),
 - en transcrivant «si et seulement si» toujours par une (CNS);
- **se laisser guider par son intuition et son bon sens:**
 - ce qui en français est une universelle peut éventuellement être mieux saisi comme une existentielle ceci peut être très différent d'une personne à une autre,
 - la question qu'il faut toujours se poser est: «*quel est le sens de la proposition à transcrire et est-ce que ma transcription est conforme à ce sens?*»,
 - pour cerner le sens de la proposition, il peut s'avérer utile de la traduire en sa langue maternelle.

9. Exercices d'initiation

Déterminez le lexique, la structure et la transcription pour chacun des exercices suivants :

7.1. Proposition singulière (p.108)	
<i>Hume est un empiriste et il est sceptique.</i>	Lexique :
Structure :	Transcription :

7.2. Existentielle (p.108)	
<i>Certains philosophes sont des rationalistes.</i>	Lexique :
Structure :	Transcription :

7.3. Universelle (p.109)	
<i>Les jeunes philosophes sont idéalistes.</i>	Lexique :
Structure :	Transcription :

7.4. Universelle et Existentielle (p.109)

<i>Aucun philosophe n'est ignorant.</i>	Lexique :
Structure :	Transcription 1 :
Alternative :	Transcription 2 :

7.5. Expressions traîtresse : Quantification universelle niée (p.110)

<i>Tous les philosophes ne sont pas ignorants.</i>	Lexique :
Structure :	Transcription 1 :
Alternative :	Transcription 2 :

7.5. Double négation (p.110)

<p><i>Aucun philosophe n'est inintéressant.</i></p>	<p>Lexique :</p>
<p>Structure :</p>	<p>Transcription 1 :</p>
<p>Alternative :</p>	<p>Transcription 2 :</p>

7.5. Condition Nécessaire (CN) (p.112)

<p><i>Seuls les cygnes noirs ne sont pas blancs.</i></p>	<p>Lexique :</p>
<p>Structure :</p>	<p>Transcription :</p>

7.5. Condition Nécessaire et Suffisante (CNS) (p.117)

<p><i>Tous sauf les philosophes sont déraisonnables.</i></p>	<p>Lexique :</p>
<p>Structure :</p>	<p>Transcription :</p>

7.5. Cas particulier (p.118)

<p><i>Les rationalistes et les empiristes sont raisonnables, mais tous ne doutent pas.</i></p>	<p>Lexique :</p>
<p>Structure :</p>	<p>Transcription :</p>