

Les règles de déduction (RD)

1. Modus ponens (MP)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \qquad \qquad \vdash q \end{array}$$

2. Modus tollens (MT)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \bar{q} \qquad \qquad \vdash \bar{p} \end{array}$$

3. Syllogisme disjonctif (SD)

$$\begin{array}{l} p \vee q \qquad \qquad \qquad p \vee q \\ \bar{p} \qquad \qquad \vdash q \qquad \qquad \bar{q} \qquad \qquad \vdash p \end{array}$$

4. Syllogisme hypothétique (SH)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \qquad \vdash p \rightarrow r \end{array}$$

5. Simplification (Simpl)

$$p \wedge q \qquad \vdash p \qquad \qquad p \wedge q \qquad \vdash q$$

6. Conjonction (Conj)

$$\begin{array}{l} p \\ q \qquad \qquad \vdash p \wedge q \end{array}$$

7. Addition (Add)

$$p \qquad \vdash p \vee q \qquad \qquad p \qquad \vdash q \vee p$$

8. Équivalence directe (ÉD)

$$\begin{array}{l} p \leftrightarrow q \\ p \qquad \qquad \vdash q \\ \hline p \leftrightarrow q \\ \bar{p} \qquad \qquad \vdash \bar{q} \end{array}$$

Les lois logiques principales (LL)

1. Double négation (DN)

$$p \Leftrightarrow \bar{\bar{p}}$$

2. Commutativité (Com)

$$\begin{array}{l} (p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p) \\ (p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p) \\ (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \leftrightarrow p) \end{array}$$

3. Associativité (Ass)

$$\begin{array}{l} [p \wedge (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \wedge r] \Leftrightarrow (p \wedge q \wedge r) \\ [p \vee (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \vee r] \Leftrightarrow (p \vee q \vee r) \\ [p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r] \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q \leftrightarrow r) \end{array}$$

4. Distributivité (Dist)

$$\begin{array}{l} [p \wedge (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)] \\ [p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)] \\ [p \rightarrow (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)] \\ [p \rightarrow (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \\ [(p \wedge q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)] \\ [(p \vee q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \end{array}$$

5. De Morgan (DeM)

$$\begin{array}{l} \overline{p \wedge q} \Leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q}) \\ \overline{p \vee q} \Leftrightarrow (\bar{p} \wedge \bar{q}) \end{array}$$

6. Contraposition (Contr)

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{p})$$

7. Implication (Impl)

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{p} \vee q)$$

8. Implication niée (NImpl)

$$\overline{p \rightarrow q} \Leftrightarrow (p \wedge \bar{q})$$

9. Équivalence (Équiv)

$$\begin{array}{l} (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \\ (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})] \end{array}$$

10. Exportation (Exp)

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

11. Tautologie (Taut)

$$\begin{array}{l} (p \wedge p) \Leftrightarrow p \\ (p \vee p) \Leftrightarrow p \end{array}$$